ГСШ

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение
Самарской области средняя общеобразовательная школа
имени ветерана Великой Отечественной войны Танчука И.А.
с. Георгиевка муниципального района Кинельский Самарской области

446416 Самарская область Кинельский район с. Георгиевка ул. Специалистов 17
тел. 8(84663)2-72-72 (директор) 8(84663)2-72-71 (учительская) факс 8(84663)2-72-72
e-mail: georgschool@bk.ru http://georgschool.minobr63.ru

РАССМОТРЕНО	СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДЕНО
на заседании МО «Точных наук» Протокол № от 25.08.2022г. Цыганова Э.В	заместителем директора по УВР Ю.В. Калентьева от 26.08.2022г.	Директор школы ГБОУ СОШ с.Георгиевка Р. К. Ивлиева Приказ №131ОД от 29.08.22г.

ЭП

C=RU, O=ГБОУ СОШ с. Георгиевка, CN=Ивлиева Р.К., E=georg_sch_knl@samara.edu.ru
0090b6f41e18d0dc73
2022.09.05 15:49:02+04'00'

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

элективного курса

««Математика в экономике» для 11 класса »

11 класс

Общая характеристика элективного курса

Программа данного элективного курса ориентирована на рассмотрение отдельных тем математики, которые применяются при решении задач экономического характера.
Курс «Математика в экономике» дополняет и развивает школьный курс математики, а также является информационной поддержкой выбранного профиля.
В процессе работы по изучению данного курса ученики овладевают новыми знаниями, обогащают свой жизненный опыт, получают возможность практического применения своих интеллектуальных способностей, развивают свои коммуникативные способности, овладевают умениями, связанными с работой с научной и справочной литературой.
Таким образом, методика преподавания основ экономических знаний, прежде всего, в школе, должна иметь общие черты с технологией обучения другим прикладным научным дисциплинам. В частности, такой общей чертой является широкое применение в ходе обучения экономике и проверки усвоения материала решение учащимися математических задач.
Можно утверждать, что использование задач превращает обучение началам экономики в творческий процесс, способствуя более глубокому осмыслению и освоению материала.
Попутно закрепляются и отдельные темы школьного курса математики, а так же предлагается материал, который дополняет школьную программу по математике, и создает аппарат, обеспечивающий математическую поддержку курса экономики в школе.
При постановке и решении задач возникают математические понятия, например прогрессии, степени с произвольным действительным показателем и логарифмы, что даёт учащимся дополнительную возможность понять их глубинную суть.
Практика показывает, что задачи на проценты вызывают затруднения у школьников и очень многие окончившие школу не имеют прочных навыков обращения с процентами в повседневной жизни.
Понимание процентов и умение производить процентные расчеты необходимы каждому человеку: прикладное значение этой темы велико и затрагивает финансовую, демографическую, экологическую, социологическую и другие стороны нашей жизни.
Данный курс предполагает чёткое изложение теории вопроса, решение типовых задач, задач с практическим содержанием, а именно такие задачи, которые связаны с применением процентных вычислений в повседневной жизни.
Тема “Проценты” является универсальной в том смысле, что она связывает между собой многие точные и естественные науки. У учащихся воспитывается чувство удовлетворения от установленной им возможности приложения математики к другим наукам.
Они увидят, что такие, на первый взгляд, “бесполезные” вопросы, как сумма членов геометрической прогрессии, имеют глубокий экономический смысл.
В рамках курса предлагается решение задач, предлагаемых на вступительных экзаменах в различные ВУЗы страны, в КИМах ЕГЭ, на математических олимпиадах.
Использование математического аппарата требует соответствующей подготовки и от учителя, и от ученика. Данный курс призван обеспечить математическую поддержку преподавания экономики. Предлагаемый элективный курс предназначен для реализации в старших классах социально-экономического профиля, что становится особенно актуальным в рамках концепции модернизации современного образования.
Знания и умения, приобретенные в результате освоения данного курса, удовлетворяют индивидуальные образовательные интересы, потребности и склонности каждого

школьника, могут служить фундаментом для дальнейшего изучения, как математики, так и экономики в высших учебных заведениях, способствует социализации личности и осознанному выбору профессии в будущем.

Программа написана для 11 класса социально-экономического профиля. Предмет «Математика» является профильным.

В силу большой практической значимости данный курс вызывает интерес, является средством обучения и средством развития интеллектуальных качеств личности учащихся. Для учащихся, которые пока не проявляют заметной склонности к математике, эти занятия помогут стать толчком в развитии интереса к предмету и вызвать желание узнать больше.

Результат обучения: формирование способности учащихся применять полученные знания на практике, в том числе планировать и проектировать свою деятельность с учетом конкретных жизненных ситуаций.

Форма занятий позволяет формировать социально-личностные компетенции (логическое мышление, формулирование и доказательство гипотез, речь и т.д.).

На уроках можно использовать фронтальный опрос. Эта форма работы развивает точную, лаконичную речь, способность собираться с мыслями и принимать решения. Ученики могут и самостоятельно, в микрогруппе, в сотрудничестве с учителем выполнять различные задания в соответствии со своими познавательными приоритетами и возможностями, на занятиях организуется обсуждение этой работы, а также разнообразных творческих заданий (например, сравнение различных видов сберегательных вкладов, анализ эффективности работы предприятия и т.д.).

Данный курс предлагает компактное изложение теории вопроса, решение типовых задач, самостоятельную работу.

Весь курс разбит на две части:

часть1- ***«Процентные вычисления» (16ч),*** часть 2 - ***«Методы математического анализа, используемые в экономике» (18ч).*** Каждое занятие состоит из двух частей: задачи, решаемые с учителем и задачи для самостоятельного (или домашнего решения).

Основные формы организации учебных занятий рассказ, беседа, семинар. После прохождения каждой темы рекомендуется контролирующая самостоятельная работа.

Место курса

На изучение элективного курса по математике « ***Математика в экономике*** » в 11 классе отводится 1 час в неделю, итого 34 часа за учебный год.

Цели и задачи элективного курса

Цели:

- Расширить возможности учащихся – выпускников школы к адаптации в современном мире;
- Формировать у учащихся понимание роли математических знаний как инструмента, позволяющего выбрать лучший вариант действий из многих возможных;
- Развить интерес учащихся к изучению математики.

Задачи:

- Расширить научный кругозор учащихся.

- Обучать старшеклассников решению учебных и жизненных проблем, способам анализа информации.
- Формировать понятие об экономико - математических методах.
- Рассмотреть практическое применение математических знаний в современном мире.
- Увеличить объем математических знаний.
- Помочь учащимся в выборе профессии.

В результате изучения курса ***учащиеся должны:***

- понимать содержательный смысл термина «процент» как специального способа выражения доли величины;
- уметь соотносить процент с соответствующей дробью;
- знать широту применения процентных вычислений в жизни, решать основные задачи на проценты, применять формулу сложных процентов;
- производить прикидку и оценку результатов вычислений;
- при вычислениях сочетать устные и письменные приемы, применять калькулятор, использовать приемы, рационализирующие вычисления.
- изучить математические методы решения задач экономического содержания;
- освоить основные приемы решения задач на свойствах функций;
- решать задачи на оптимизацию
  определять эластичность спроса и предложения

Содержание программы

Введение (2ч)

Арифметическая и геометрическая прогрессии, основные формулы, решение задач.

Часть 1.Процентные вычисления(14ч).

1.Нахождение процентов от числа и наоборот.(2 ч.)

Сообщается история появления процентов устраняются пробелы в знаниях по решению основных задач на проценты: а)нахождение процента от числа; б) нахождение числа по его проценту; в) нахождение процента одного числа от другого. Дроби и доли. Пропорции. Актуализируются знания об арифметических и алгебраических приемах решения задач.

2.Повышение и понижение цены на *а%.(*2 ч.)

Решение задач на последовательное изменение цены. Использование схем при решении задач. Решение задач на процентные вычисления при проведении распродаж, увеличение и уменьшение стоимости товара. Процентные вычисления в исследовании покупательского спроса при продаже товаров в кредит. Использование сюжетной преемственности задач (ответ к одной задаче используется в условии другой).

3.Определение характера изменения цены (2 ч).

Определение процента новой цены от старой и наоборот. Решение задач с помощью уравнений и неравенств. Сюжеты задач взяты из действительности: демография, экология, социологические опросы и т. д.

4. Формулы сложных процентов (2 ч).

Задачи на процентный прирост и вычисление “сложных процентов.

Введение базовых понятий экономики: процент прибыли, стоимость товара, бюджетный дефицит и профицит, изменение тарифов и т. д. Решение задач, связанных с банковскими расчётами. Вклад «накопление» с годовой процентной ставкой.

5.**Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание. (2ч).**
Концентрация вещества, процентное содержание вещества – введение соответствующих понятий и формул. Решение задач с применением понятий концентрация вещества, процентный раствор, работа с законом сохранения массы. **Тестирование (проценты).**

6. Издержки и выручка(2 ч). Валовая выручка и издержки, их взаимосвязь с экономической прибылью. Постоянные и переменные издержки. Общие, средние и предельные величины выручки и издержек. Фактор времени и дисконтирования в экономике. Доход, выручка, прибыль,

7. Решение задач. Контролирующая самостоятельная работа (2 ч).

Тема 2. ***«Методы математического анализа, используемые в экономике» (18ч).***

Аппарат дифференциального исчисления позволяет решать широкий класс экономических задач. Необходимость использования производной при анализе экономических проблем возникает, в частности, при определении оптимального значения того или иного показателя, от которого зависит финансовое состояние компании. Так, для эффективной организации деятельности фирмы финансовому менеджеру необходимо знать величины оптимальных затрат, оптимального объема выпуска продукции, оптимальную численность работников т.п. Задачи такого типа порождают особый класс экстремальных задач в экономике, решение которых требует использования аппарата производной.

1. Использование ограниченности и монотонности функций в экономических задачах. Кривые спроса и предложения(4 ч.)

Главная цель любой фирмы, действующей на рынке,- максимизация своей прибыли. Прибыль П определяется как разность между общей выручкой R (доходом) , полученной от реализации Q единиц продукции, и общими издержками C, связанными с затратами на ее производство и реализацию. Поскольку выручка и издержки зависят от объема выпускаемой продукции, т.е. являются функциями от количества товара Q, то и прибыль, в свою очередь, является функцией от Q. В результате имеем следующее выражение для функции прибыли: $П(Q)=R(Q)-C(Q)$.

Так как совокупная выручка конкурентной фирмы - это денежная сумма, полученная от продажи Q единиц товара по цене P_1 за единицу товара, то можно записать, что $R(Q)=P_1Q$. Следовательно, $П(Q)=P_1Q-C(Q)$.

Перед фирмой возникает задача определения такого количества товара Q , от реализации которого она получит максимальную прибыль. Эта задача является стандартной задачей математического анализа на нахождение значения аргумента, при котором функция принимает наибольшее значение на некотором промежутке.

Спрос D- сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и объемом его покупки. Естественно, что сростом цены объем продаж данного товара будет уменьшаться.

Предложение S товара - сложившаяся на время зависимость между ценой товара и количеством товара, предлагаемого к продаже. Очевидно, что предложение зависит от цены товара.

2.Эластичность спроса и предложения. Применение производной (2 ч.).

Экономический смысл производной рассмотрим на примере производственной функции. Производственной называют функцию, устанавливающую зависимость объема выпускаемой продукции от величины затрат. Производственная характеризует эффективность определенного фактора.
Спрос зависит от цены единицы товара P. При изменении цены товара будет меняться и спрос. **Т*ест (производная)*.**
3.Задачи на оптимизацию (4). решение прикладной задачи на экстремум ведется по схеме, состоящей из трех этапов:
1) формализация (запись оптимизируемой величины в виде функции некоторого аргумента);
2) математизация (исследование функции на экстремум средствами математического анализа);
3) интерпретация (формулировка полученного результата в терминах исходной задачи).

4. Применение определенного интеграла для решения экономических задач (4 ч).
Дополнительный доход, потребительский излишек, излишек производителя, точка рыночного равновесия. Спрос D на некоторый товар - сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и объемом ее закупки.
Предложение S товара – сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и количеством товара, предлагаемого к продаже. Равновесие на рынке достигается при такой цене P_0, при которой количество товара, предложенное к продаже, совпадает с количеством товара, на который предъявлен спрос. Соответствующее данной цене количество товара Q называется равновесным количеством. Излишком потребителя CS при покупке Q единиц некоторого товара называется превышение общей денежной суммы, которую потребитель готов заплатить за данное количество товара, над его реальными расходами на их приобретение.

5.Практическое закрепление полученных знаний. (4ч)
Решение разноуровневых тестов. Решение задач. Контролирующая самостоятельная работа

Учебно-тематический план

Всего часов
Лекция
Практика
1
Введение
2
0,5
1,5

Процентные вычисления

14

2

Нахождение процентов от числа и обратная задача

2

0.5

1.5

3

Повышение и понижение цены на *a%*

2

1

1

4

Определение характера изменения цены и процент этого изменения

2

0.5

1.5

5

Формулы сложных процентов

2

0.5

1.5

6

Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание.

2

1

1

7

Издержки и выручка

2

1

1

8

Решение задач. Контролирующая самостоятельная работа

2

2

Методы математического анализа, используемые в задачах экономики.

18

9

Использование функций в экономических задачах . Кривые спроса и предложения. Функция прибыли.

4

2

2

10

Цена и спрос. Применение производной .

3

2

1

11

Задачи на оптимизацию.

5

2

3

12

Применение определенного интеграла для решения экономических задач

4

2

2

13

Контролирующая самостоятельная работа.

2

Итого

34

Тематическое планирование.

урока

Тема

Кол-во часов

Введение

2

1

Арифметическая прогрессия, основные формулы, решение задач.

1

2
Геометрическая прогрессия, основные формулы, решение задач.
1

Процентные вычисления
14
3
Основные принципы решения экономико-математических задач на проценты и доли.
1
4
Выбор наилучшей стратегии поведения.
1
5
Повышение и понижение цены на *a%.*
1
6
Основная формула наращения простых процентов.
1
7
Определение характера изменения цены.
1
8
Решение задач практического содержания из открытого банка ЕГЭ
1
9
Формулы сложных процентов
1
10
Формула и коэффициент наращения по сложным годовым процентам.
1
11
Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание
1
12
Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание
1
13
Валовая выручка и издержки. Постоянные и переменные издержки
1
14
Фактор времени и дисконтирования в экономике.
1
15
Решение задач.
1
16
Контрольное тестирование
1

Методы математического анализа, используемые в задачах экономики.
18
17

Использование функций в экономических задачах.
1
18
Свойства и графики основных функций.
1
19
Кривые спроса и предложения.
1
20
Функция прибыли
1
21
Основные приёмы и правила дифференцирования.
1
22
Основные приёмы и правила дифференцирования.
1
23
Использование дифференциального исчисления в экономике.
1
24
Использование дифференциального исчисления в экономике.
1
25
Использование непрерывности и монотонности функций в экономических задачах.
1
26
Применение производной.
1
27
Эластичность спроса и предложения.
1
28
Задачи на оптимизацию.
1
29
Определённый интеграл и его свойства
1
30
Вычисление площадей с помощью определённого интеграла
1
31
Применение определенного интеграла для решения экономических задач
1
32
Применение определенного интеграла для решения экономических задач
1
33
Контролирующая самостоятельная работа.
1
34
Анализ контрольной работы. Решение задач

1

Итого

34

<u>Учебно- методическое обеспечение</u>

<u>Литература</u>

1. Абчук В.А. Экономико-математические методы: Элементарная математика и логика. Методы исследования операций. СПб: Союз, 1999.
2. Автономов В.С. Введение в экономику. М.: Вита-Пресс, 2003.
3. Алешковский И.А., Картаев Ф.С. Математика в экономике: экономико-математические задания вступительного экзамена по обществознанию: Методическое пособие для поступающих на экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. М.: МАКС Пресс, 2006.
4. Автономов В.С., Голдстин Э. Экономика для школьниколв. – М.: Эконов, 1995.
5. Башарин, Г. П. Элементы финансовой математики. – М.: Математика (приложение к газете «Первого сентября»). -№ 27. – 1995
6. Бочарова О.В. Математика в экономике: Программа элективного курса для классов профильного обучения. / Институт повышения квалификации и переподготовки работников образования Курганской области. Курган, 2003.
7.Вигдорчик, Е., Нежданова, Т. Элементарная математика в экономике и бизнесе. – М., 1997
8.Виленкин, Н.Л. За страницами учебника математики. – М.: просвещение, 1989. – С. 73.
9.Дорофеев, Г. В., Седова, Е.А. Процентные вычисления. 10-11 классы: учеб.- метод. Пособие. – М.: Дрофа, 2003. – 144с.
10. Канашева, Н.А. о решении задач на проценты// Математика в школе. - №5.- 1995.- С.24.
11.Липсиц, И.В. Экономика без тайн. – М.: Вита – Пресс, 1994.
12.Макарычев Ю. Н., Миндюк Н.Г. Элементы статистики и теорией вероятностей: Учеб. пособие для учащихся. М., 2003.
13.Математика ЕГЭ 2006-2007. Учебно – тренировочные тесты под ред. Лысенко Ф.Ф. – ростов на Дону 2006, 2007.- 168с.
14.Рязановский, А.Р. Задачи на части и проценты // математика в школе. - №1. -1992. – С.18.
12.Саранцев, Г.И. Упражнения в обучения математике. (Библиотека учителя математике). – М.: Просвещение, 1995. – 240с.
15.Симонов, А.С. Проценты на банковские расчеты // математика в школе. – 1998. - №4.
16. Симонов А.С. Экономика на уроках математики. – М.: Школа-Пресс, 1999.
17.Шарыгин, И. Ф. Решение задач: факультативный курс по математике. 11 класс. – М.: Просвещение, 1989.

Электронные образовательные ресурсы. Образовательные порталы.

1.Математика: еженедельное учебно-методическое приложение к газете «Первое сентября», http://mat.lseptember.ru.

2.Министерство образования и науки РФ: http://wvyw.mon.gov.ru/

3.Федеральное государственное учреждение «Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций»: http: //www. informika.ru/

4.Тестирование on-line: 5-11 классы: http://www.kokch.kts.ni/cdo/

5.Путеводитель «В мире науки» для школьников: http://www.uic.

6.Мегаэнциклопедия Кирилла и Мефодия: http://mega.km.ru/

7.Образовательный портал «УЧЕБА»-http://www.ucheba.ru -

8.“Все образование в интернет”. Образовательный информационный портал - http://www.alledu.ru –

9.Первый в России образовательный интернет-портал, включающий обучение школьников-http://www.college.ru

10.ФИПИ – http://www.fipi.ru.

11.Сайт А.Ларина alexlarin.net

12http://www.kidmath.ru Сайт элементарной математики Д. Гущина

13.http://pedsovet.org Авторская методика бучения

Приложение 1.

Организация проведения аттестации учащихся

В качестве итоговых форм контроля, подводящих изучение курса к логическому завершению, предлагаются контрольные и самостоятельные работы, тестирование, зачётная работа, включающая задачи, рассмотренные на занятиях, самостоятельное решение предложенных задач с последующим разбором вариантов решения.

Учащимся, ориентированным на выполнение заданий более высокого уровня сложности, предлагается выполнить презентации и проекты по заданным темам или темам по выбору.

Уровень достижений учащихся определяется в результате :

- наблюдения активности на семинарах, практикумах

-беседы с учащимися, родителями,

- анализа исследовательских и проектных работ,

- самостоятельно выполненных проектов, которые могут быть индивидуальными и коллективными.

- выполнение самостоятельных, контрольных, тестовых работ.

Приложение 2.

Банк задач к части 1 «Процентные вычисления»

1. Турист должен был пройти 64 км. В первый день он прошел 25 % всего пути, во второй день 50 % оставшегося пути. Сколько километров ему осталось еще пройти? (Ответ: 24 км.)
2. В одном из городов часть жителей умеет говорить только по-грузински, часть - только по-русски. По-грузински говорят 85 % всех жителей, а по-русски - 75 %. Сколько процентов всех жителей говорят на обоих языках? (Ответ: 60%.)
3. Ученик прочитал в первый день 15 % книги, что составило 60 страниц, во второй день он прочитал 200 страниц. Сколько страниц ему осталось прочитать? (Ответ: 140 страниц.)
4. Сравните числа а и в, если 3 % числа *а* равны 27, а 5 % числа в равны 45. (Ответ: а = в = 900.)
5. В одном магазине на товар установили цену 200 р., а в другом аналогичный товар стоит 180 р.

   а) На сколько процентов в первом магазине цена на товар выше, чем во втором?

   б) На сколько процентов во втором магазине цена ниже, чем в первом? (Ответ:а) в 11,1 %; б) на 10 %.)
6. Определите, какую массу картофеля (сырья) нужно взять для получения 120 кг полуфабриката, если потери при холодной обработке составляют 20 % массы сырья. (Ответ: 150 кг.)
7. В магазине цену на товар снизили с 400 р. до 360 р. Насколько процентов снижена цена? (Ответ: на 10%.)
8. В двух бочках было воды поровну. Количество воды в первой бочке сначала уменьшили на 10 %, а затем увеличили на 10 %. Количество воды во второй бочке сначала увеличили на 10 %, а затем уменьшили на 10 %. В какой бочке стало больше воды? (Ответ: воды в бочках осталось поровну.)
9. Первоначально цена на аналогичный товар в двух магазинах была одинакова. В первом магазине цену сначала снизили на 20 %, а потом еще на 20 %, а во втором магазине ее сразу снизили на 40 %. Одинаковы ли стали цены в магазинах? (О т в е т: в первом магазине цена стала выше, чем во втором.)
10. Цена на бензин в первом квартале увеличилась на 20 %, а во втором - на 30 %. На сколько процентов увеличилась цена на бензин за два квартала? (Ответ: на56%.)
11. За 3 года население города увеличилось с 2 000 000 до 2 315 250 человек. Найдите годовой прирост населения в процентах. (Ответ: 5 %.)
12. Зарплату рабочему повысили на 10 %, а через год еще на 20 %. На сколько процентов повысилась зарплата по сравнению с первоначальной?
    (О т в е т: на 32 %.)
13. Производительность труда на заводе снизилась на 20 %. На сколько процентов надо ее теперь повысить, чтобы достигнуть первоначальной? (Ответ: на25 %.)
14. Цена товара была повышена на 12 %. На сколько процентов надо снизить новую цену, чтобы получить первоначальную? (Ответ: Ю-%.)
15. Определите первоначальную стоимость продукта, если после подорожания на 120 %, 200 % и 100 % его конечная стоимость составила 264 р. (Ответ: 20 р.)
16. После реконструкции завод увеличил выпуск продукции на 30 %. Спустя некоторое время выпуск продукции увеличился на 10 %, а после замены оборудование еще на 15 %. На сколько процентов увеличился первоначальный выпуск продукции? (Ответ: на61,45 %.)

17. Вася прочитал в газете, что за последние 3 месяца цены на продукты питания росли в среднем на 10 % за каждый месяц. На сколько процентов выросли цены за 3 месяца? (Ответ: на33,1 %.)
18. Выпуск продукции завода за 4 года увеличился в 16 раз. На сколько процентов в среднем увеличился выпуск продукции за каждый год по сравнению с предыдущим годом? (Ответ: 100%.)
19. Саша за весну похудел на 20 %, за лето поправился на 30 %, за осень похудел на 20 %, за зиму поправился на 10 %. Как изменился его вес? (Ответ: похудел на 8,48 %.)
20. Влажность воздуха к полудню по сравнению с утренней
снизилась на 12 %, а затем повысилась на 5 % по сравнению с полуднем. Сколько процентов от утренней влажности составляет влажность воздуха к вечеру и на сколько процентов она снизилась? (Ответ: снизилась на 16,4 %, составляет 83,6 %.)
21. Зарплата, которую принес домой папа составляет 5650 р. Какая сумма была ему начислена? (Ответ: 6937,50 р.)
22. В ходе утверждения городского бюджета были сокращены на 20 % планируемые ассигнования на социальные нужды. Какую сумму предполагалось выделить на социальные нужды первоначально, если в окончательном варианте бюджета эта статья расходов составила 2,5 млн р.? (Ответ: 3,125 млн р.)
23. Цена входного билета на стадион была 18 р. После снижения входной платы число зрителей увеличилось на 50 %, а выручка выросла на 25 %. Сколько стал стоить билет после снижения? (Ответ: 15 р.)
24. В этом году тарифы на услуги лодочной станции оказались на 20 % ниже, чем в прошлом году. Можно ли утверждать, что в прошлом году тарифы были на 20 % выше, чем в нынешнем году? (Ответ: нет.)
25. Стоимость проезда в городском автобусе составляла 5 р. В связи с инфляцией она возросла на 200 %. Во сколько раз повысилась стоимость проезда в автобусе? (О т в е т: в 3 раза.)
26. За несвоевременное выполнение договорных обязательств сотрудник фирмы лишается 25 % месячного оклада и, кроме того, за каждый просроченный месяц к штрафу прибавляется 5 % месячного оклада. Оклад сотрудника 10 тыс. р. В каком размере он должен заплатить штраф при нарушении сроков на 5 месяцев? (О т в е т: 5 тыс. р.)
27. Зонт стоил 360 р. В ноябре цена зонта была снижена на 15 %, а в декабре еще на 10 %. Какой стала стоимость зонта в декабре? (Ответ: 274 р. 40 к.)
28. Заработок рабочего повысился на 20 %, а цены на продукты и другие товары снизились на 15 %. На сколько процентов рабочий теперь на свой заработок может купить больше продуктов и товаров, чем прежде? (О т в е т: на 41 % больше.)
29. В газете сообщается, что с 10 июня согласно новым тарифам стоимость отправления почтовой открытки составит 3 р. 15 к. вместо 2 р. 27 к. Соответствует ли рост цен на услуги почтовой связи росту цен на товары в этом году, который составляет 14,5 %. (О т в е т: да, соответствует.)
30. Стоимость проезда в городском автобусе составляла 1 р. 60 к. В связи с инфляцией она возросла на 150 %. Во сколько раз возросла стоимость проезда в автобусе? Можно ли ответить на данный вопрос, не зная стоимости проезда? (Ответ: в 2,5 раза.)
31. Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в Сбербанке, внося ежемесячно 250 р. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4 % от суммы оплаты занятий

за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, еслиони просрочат оплату на неделю? (Ответ: 320 р.)

32. Во время распродажи масляные краски для рисования стоимостью 213 р. за коробку продавали на 19 % дешевле. Сколько примерно денег сэкономит художественная студия, если она купит партию в 150 коробок? (Ответ: около 6000 р.)
33. Комиссионный магазин продал сданную на продажу вещь со скидкой 12 % от первоначально назначенной цены и получил при этом 10 % прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин? (Ответ: 26%.)
34. Два магазина торгуют одним и тем же товаром. В первом из них цены на 10 % ниже, но и количество проданных изделий в день на 10 % больше. В каком из этих магазинов выручка за день больше? (О т в е т: во втором.)
35. На весенней распродаже в одном магазине шарф стоимостью 350 р. уценили на 40 %, а через неделю еще на 5 %. В другом магазине шарф такой же стоимости уценили сразу на 45 %. В каком магазине выгоднее купить шарф? (О т в е т: во втором.)
36. На сезонной распродаже в марте месяце зимние сапоги можно купить за 1875 р., скидка на них составила 25 % от первоначальной стоимости. Через месяц сапоги подешевели еще на 20 %. Сколько денег сэкономит человек от первоначальной стоимости сапог, если купит их в апреле? (Ответ: 1000р.)
37. В Волгоградском автосалоне ВАЗ 21099 в 2002 г. Стоил 180 000 р. В 2003 году спрос на этот автомобиль упал, и на него снизили цену на 30 %, а в 2004 г. эта марка опять пользуется успехом и новую цену подняли на 50 %. Сколько стоил автомобиль в 2004 году? На сколько процентов изменилась цена по сравнению с первоначальной. (Ответ: 189 000 р., увеличилась на 5 %.)
38. Пеня за несвоевременную квартирную плату в городе N начисляется в размере 0,1 % от неуплаченной суммы за каждый день просрочки. На сколько дней была задержана квартирная плата, если на сумму 200 р. была начислена пеня: а) 10 р.; б) 4,4 р.; в) 6 р.; г) 1,8 р.? (От в ет: а) 50 дней; б) 22 дня; в) 30 дней; г) 9 дней.)
39. За несвоевременное выполнение обязательств по кредиту заемщик должен заплатить штраф за первый месяц просрочки 7 % от суммы кредита, за каждый следующий месяц просрочки 1000 р. Какой процент составит пеня от суммы кредита 32 000 р.? Какой штраф заплатит заемщик при нарушении сроков оплаты за 3 месяца? (Ответ: 4200 р.)
40. Тарифы на проезд в наземном транспорте в г. N возросли с 2 до 10 р., соответственно с 2,5 до 15 р. - в городском метрополитене. Какие тарифы возросли больше? (Ответ: 5000 р.)
41. Занятия ребенка в танцевальном кружке родители оплачивают в Сбербанке, внося ежемесячно 350 р. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 5 % от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на две недели? (Ответ: 595 р.)
42. Арендатор отдела в магазине забыл вовремя оплатить аренду за место. Определите размер пени за каждый просроченный день, если за 20 дней просрочки сумма платежа увеличилась с 10 до 14 тыс. р. (Ответ: 2%.)
43. Какой должен быть первоначальный капитал, чтобы при начислении 5 % в месяц получить через полгода 10 тыс. р.? (Ответ: 7463 р.)
44. Какой должна быть процентная ставка в банке, чтобы каждые три года капитал увеличивался в четыре раза? (Ответ: 59%.)

45. Банк обещает вкладчикам удвоить их сбережения за пять лет, если они воспользуются вкладом «накопление» с годовой процентной ставкой 16 %. Проверьте, выполнит ли банк свое обязательство. (О т в е т: да.)
46. В прошлом году Антон для оплаты своего обучения воспользовался кредитом Сбербанка, взяв сумму 40 000 р. с обязательством возвратить кредит (с учетом 20 % годовых) через 3 года. В этом году снижены процентные ставки для кредита на оплату обучения в образовательных учреждениях с 20 % до 19 % годовых. Поэтому у Бориса, последовавшего примеру брата, долг окажется меньше. На сколько? (Ответ: на 1700 р.)
47. Банк «Диалог-Оптима» осуществляет денежные переводы. Минимальная сумма перевода 50 р., максимальная - 300 р. С суммы перевода банк берет 1,5 % за оказание своих услуг. На сколько в процентном отношении возьмут больше с человека, сделавшего перевод на максимальную сумму, чем с того, кто сделал перевод на 50 р.? (Ответ: на 500%.)
48. За каждый из девяти первых месяцев года цены вырастали на 25 %, а за каждые из трех следующих месяцев на *x %.* Найдите jc, если в целом за год цены выросли в восемь раз. (Ответ: 2,4%.)
49. Банк «Винни-Пух и Пятачок» начисляет своим вкладчикам по 10 % ежемесячно. Иа сделал вклад в этот банк в размере 1,00 $. Сколько денег он может снять со своего счета через два месяца? (Ответ: 1,21$.)
50. Каким должен быть начальный вклад, чтобы при ставке 4 % в месяц он увеличился за 8 месяцев до 33 000? (Ответ: 25 000 р.)
51. Деньги, вложенные в банк, приносят ежегодно 20 % дохода. За сколько лет вложенная сумма удвоится? (Ответ: за 5 лет.)
52. При какой процентной ставке вклад на сумму 500 р. возрастет за 6 месяцев до 650 р.? 9Ответ: 5 %.)
53. Банк выплачивает вкладчикам каждый год 8 % от внесенной суммы. Клиент сделал вклад в размере 200 000 р. Какая сумма будет на его счете через 5 лет, через 10 лет? (О т в е т: 280 000 р., 360 000 р.)
54. Вкладчик открыл счет в банке, внеся 2000 р. на вклад, годовой доход по которому составляет 12 %, и решил в течение шести лет не брать процентные начисления. Какая сумма будет лежать на его счете через год, через два, через 6 лет? (Ответ: 3947 р. 65 к.)
55. Клиент имел в банке счет, по которому начислялось 6 % годовых. После того как банк предложил новые виды вкладов, он снял с этого счета все деньги и 2000 р. положил на вклад, по которому начислялось 8 % годовых, а остальные - на вклад с 9 % годовых. В результате его годовой доход оказался на 130 р. больше, чем по прежнему вкладу. Сколько всего денег он внес на новые вклады? (Ответ: 5000р.)
56. Некто не доверяет банкам и хранит сбережения дома. Крупная премия пролежала дома до лета. За это время цены на товары выросли в среднем на 50 %. На сколько процентов уменьшилась покупательная способность отложенных денег? (Ответ: на 33—%. 3)
57. Компания выплачивает доход по своим акциям ежемесячно из расчета 140 % годовых. Компания *У* выплачивает доход по акциям 1 раз в полгода из того же расчета. В акции какой компании выгоднее вложить деньги на 1 год? (О т в е т: в акции компании У.)
58. Инвестиционный фонд вложил деньги в два предприятия, приносящих годовой доход в 12 % и 5 %, в первое он внес на 300 000 р. больше, чем во второе, и получил в нем за год на 6000 р. больше. Сколько рублей внес инвестиционный фонд в каждое из этих предприятий? (Ответ: 1300 тыс. р. и 1000 тыс. р.)

59. Банк предлагает вклад «студенческий». По этому вкладу сумма, имеющаяся на 1 января, ежегодно увеличивается на одно и то же число процентов. Вкладчик вложил 1 января 1000 р. и в течение 2 лет не производил со своим вкладом никаких операций. В результате вложенная им сумма увеличилась до 1210 р. На сколько процентов ежегодно увеличивается сумма денег, положенная на этот вклад? (Ответ: 10%.)
60. На деньги, размещенные в банках, за год начисляется определенный процент, свой для каждого банка. Если 1/5 некоторойсуммы положить в первый банк, то через год сумма вкладов превысит исходную сумму на 106 %. Если же 1/4 суммы положить в первый банк, а остальные деньги - во второй банк, то через год сумма вкладов будет такой же, как и при размещении 1/2 исходной суммы во втором банке, а остальных денег - в третьем банке. И, наконец, при размещении всей суммы во втором банке через год вклад станет на 5 % больше, чем сумма вкладов в первом, втором и третьем банках, если разместить в них деньги в равных долях. Найдите процент, начисляемый на вклады во втором банке. (Ответ: 110%.)
61. Сколько граммов воды можно выпарить из 80 г 6 %-го раствора соли, чтобы получить раствор, содержащий 10 % соли? (Ответ: 32 г.)
62. Имеется два кислотных раствора: один 20 %, другой 30 %. Взяли 0,5 л первого и 1,5 л второго раствора и образовали новый раствор. Какова концентрация кислоты в новом растворе? (Ответ: 27,5%.)
63. Смешали 300 г 50 %-го и 100 г 30 %-го раствора кислоты. Определите процентное содержание кислоты в полученной смеси. (О т в е т: 45 %.)
64. Сколько чистой воды надо добавить к 300 г морской воды, содержащей 4 % соли, чтобы получить воду, содержащую 3 % соли? (Ответ: 100 г.)
65. Имеется два сосуда, содержащие 4 кг и 6 кг раствора кисло ты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 35 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то получим раствор, содержащий 36 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в каждом растворе? (Ответ: 1,64 кг и 1,86 кг.)
66. Имеются два раствора серной кислоты в воде, первый 40 %-й, второй - 60 %-й. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20 %-й раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 80 %-го раствора, то получили бы 70 %-й раствор. Определите количество 40 %-го и 60 %-го раствора. (Ответ: 1 кг; 2 кг.)
67. Имеются две смеси апельсинового и ананасового соков. Первая смесь содержит 40 % апельсинового сока, а вторая - 80 %. Сливаются p л первой смеси идл второй, в результате получается 20 л смеси, содержащей 70 % апельсинового сока. Определите p и q. (Ответ:p = 5 л, q=5 л.)
68. Имеется раствор 1 и раствор 2 некоторой кислоты в воде. При смешивании 5 л раствора 1, 6 л раствора 2 и 3 л чистой воды получается раствор с концентрацией кислоты, равной 30 %. При смешивании 10 л раствора 1, 3 л раствора 2 и 2 л чистой кислоты получается раствор с концентрацией кислоты равной 33—%. Определите a- и ^-концентрации раствора 1 и раствора 2 соответственно. (Ответ: a= 12 %)у0 = 6O%.)
69. Сколько граммов воды надо добавить к 50 г раствора, содержащего 8 % соли, чтобы получить 5 % раствор? (О т в е т: 30 г.)
70. Сколько граммов 30 %-го раствора надо добавить к 80 г 12 %-го раствора этой же соли, чтобы получить 20 %-й раствор соли? (О т в е т: 64 г.)
71. Если смешать 8 кг и 2 кг растворов серной кислоты разной концентрации, то получим 12 %-й раствор кислоты. При смешивании двух одинаковых масс тех же растворов получим

15 %-й раствор. Определите первоначальную концентрацию каждого раствора. (О т в е т: 10 % и 20 % раствор.)

72. Найти процентное содержание олова в сплаве, полученном из двух кусков массой /wi и m_2, если известно, что первый содержит p_x %, а второй -$p2\%$ олова.

Ответ: $p = \dfrac{m_1 p_1 + m_2 p_2}{m_1 + m_2}$

73. Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г, содержит 20 % олова. Второй, массой 200 г, содержит 40 % олова. Сколько процентов олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков? (Ответ: 28%.)
74. Имеется два куска сплава олова и свинца, содержащие 60 % и 40 % олова. По сколько граммов от каждого куска надо взять, чтобы получить 600 г сплава, содержащего 45 % олова? (Ответ: 150 г; 450 г.)
75. Имеются два слитка золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке в 2,5 раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40 % золота. Найдите, во сколько раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплаве равных по весу частей первого и второго слитков получается сплав, в котором 35 % золота. (О т в е т: в два раза.)
76. Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45 % меди. Сколько килограммов меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60 % меди? (Ответ: 13,5 кг.)
77. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащей 45 % меди. Сколько килограммов олова надо прибавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40 % меди? (Ответ: 1,5 кг.)
78. Два слитка, один из которых содержит 35 % серебра, а другой 65 %, сплавляют и получают слиток массой 30 г, содержащий 47 % серебра. Какова масса каждого из этих слитков? (Ответ: 12 г; 18 г.)
79. Даны два сплава. Первый весит 4 кг и содержит 70 % серебра. Второй весит 3 кг и содержит 90 % серебра. Сколько кг второго сплава надо сплавить с первым сплавом, чтобы получить г%-й сплав серебра. При каких *г* задача имеет решение? (Ответ: 70<г< 78-. 7)
80. Имеются два сплава из цинка, меди и олова. Первый содержит 25 % цинка, второй - 50 % меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в два раза больше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого и 300 кг второго, получили сплав, где 28 % олова. Сколько же меди в этом новом сплаве? (Ответ: 220 кг.)
81. Имеется два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Масса первого слитка 2 кг, масса второго - 3 кг. Эти два слитка сплавили вместе с 5 кг сплава цинка с медью, в котором цинка было 45 %, и получили сплав цинка с медью, в котором цинка стало 50 %. Если бы процентное содержание цинка в первом слитке было бы равно процентному содержанию цинка во втором, а процентное содержание цинка во втором такое же, как в первом, то, сплавив эти два слитка с 5 кг сплава, в котором содержится 60 % цинка, мы бы получили сплав, в котором цинка содержится 55 %. Найдите процентное содержание цинка в первом и во втором сплавах. (Ответ: 40%, 60%.)
82. Имеются два сплава, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40 % олова, а второй - 26 % меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получим

новый сплав, в котором оказалось 30 % цинка. Определите, сколько килограммов олова в получившемся новом сплаве. (Ответ: 170 кг.)

83. В 500 кг руды содержится некоторое количество железа. После удаления из руды 200 кг примесей, содержащих в среднем 12,5 % железа, содержание железа в оставшейся руде повысилось на 20 %. Определите, какое количество железа осталось еще в руде? (Ответ: 187,5 кг.)
84. Имеется два сплава с разным содержанием меди. Число, выражающее в процентах содержание меди в первом сплаве, на 40 меньше числа, выражающего в процентах содержание меди во втором сплаве. Оба эти сплава сплавили вместе, после чего содержание меди составило 36 %. Определите процентное содержание меди в первом и во втором сплавах, если известно, что в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором - 12 кг. (Ответ: 20% и 60%.)
85. Торговец продает орехи двух сортов: одни по 90 центов, другие по 60 центов за килограмм. Он хочет получить 50 кг смеси по 72 цента за килограмм. Сколько для этого потребуется орехов каждого сорта? (О т в е т: 20 кг и 30 кг.)
86. Объем строительных работ увеличивается на 80 %. На сколько процентов нужно увеличить число рабочих, если производительность труда будет увеличена на 20 %? (О т в е т: на 60 %.)
87. В связи с введением рационализаторского предложения время, необходимое для изготовления некоторой детали машины, уменьшилось на 20 %. На сколько процентов увеличилась производительность труда? (О т в е т: на 25 %.)
88. Рабочий в феврале увеличил производительность труда по сравнению с январем на 5 %, а в марте увеличил ее снова по сравнению с предыдущим месяцем на 10 %. Сколько деталей изготовил рабочий в марте, если в январе изготовил 200 деталей? (Ответ: 231 деталь.)
89. Число коров на одной молочной ферме на 12,5 % меньше, чем на другой, но средний удой каждой коровы на 8 % выше. На какой ферме получают молока меньше и на сколько процентов? (Ответ: на5,5 %.)
90. В бассейн проведена труба. Вследствие ее засорения приток воды уменьшился на 60 %. На сколько процентов вследствиеэтого увеличится время, необходимое для заполнения бассейна? (Ответ: на 150%.)
91. Только что добытый каменный уголь содержит 2 % воды. После некоторого времени он впитывает в себя еще некоторое количество воды и содержит уже 15 % ее. На сколько увеличится при этом вес 27,75 т только что добытого каменного угля? (Ответ: 3,9т.)
92. Перерабатывая цветочный нектар в мед, пчелы освобождают его от значительной части воды. Нектар содержит 70 % воды, а мед - 16 %. Сколько килограммов нектара надо переработать для получения 1 кг меда? (Ответ: 2,8 кг.)
93. На овощную базу привезли 10 тонн крыжовника, влажность которого 99 %. За время хранения на базе влажность уменьшилась на 1 %. Сколько тонн крыжовника теперь хранится на базе? (О т в е т: 5 т.)
94. В свежих грибах было 90 % воды. Когда их подсушили, то они стали легче на 15 кг при влажности 60 %. Сколько было свежих грибов? (О т в е т: 90 кг.)
95. Свежие грибы содержали по массе 90 % воды, а сухие 12 %. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих? (О т в е т: 2,5 кг.)
96. Арбуз весил 20 кг и содержал 99 % воды, когда он немного усох, то стал содержать 98 % воды. Сколько теперь весит арбуз? (Ответ: 10 кг.)

97. В референдуме приняли участие 60 % всех жителей одного из районов города N, имеющих право голоса. Сколько человек приняли участие в референдуме, если в районе около 180 000 жителей, а право голоса имеют 81 %. (Ответ: 87 480 человек.)
98. На конкурсе присутствовало 90 % членов жюри. Из них 12 человек отдали свои голоса за присуждение первого места. Сколько всего человек в жюри, если за этого конкурсанта проголосовало 66 % членов жюри? (О т в е т: 20 человек.)
99. 14 марта 2004 г. в Волгограде проводились выборы в Городской совет. На избирательный участок из 2844 человек явилось 1592. Выборы считаются состоявшимися, если явка избирателей составляет не менее — от общего числа и число человек, проголосовавших против всех кандидатов, менее 30 %. Состоялись ли на данном участке выборы, если за кандидата А проголосовали 358 человек, за кандидата Б - 144, «против всех» - 612 человек? (Ответ: нет.)
100. Рабочий коллектив одной из школ состоит из 54 человек. На педагогическом совете рассматривался вопрос о выборе экзаменов для 5-6 классов. Педагогический коллектив составляет 80 % от числа работников школы, на педсовете присутствовало 27 человек. Поступило предложение 5-6 классам сдавать следующие экзамены: математику в форме контрольной работы и русский язык - диктант. Все проголосовали единогласно. Можно ли считать решение принятым? (Решение принято, если за него проголосовало больше 50 %педагогов школы.) (О т в е т: да.)

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА
Часть 1.Процентные вычисления
по структуре мини - ЕГЭ
ЧАСТЬ I

1. Сколько будет, если 100р. увеличить на 300%
   а) 400; б) 130; в) 3000; г) 300
2. Найдите 50% от 2000р и 200% от 50р
   а) 1000 и 100; б) 100 и 100; в) 1000 и 200; г) 100 и 200
3. Сколько было, если после увеличения на 10% стало 100р?
   а) 1000; б) 150; в)1000/11; г) 100/11
4. Найти в каком случае первоначальная цена больше:
   а) при скидке 5% заплачено 100р;
   б) при скидке 10% заплачено 90 р;
   в) при скидке 20% заплачено 80р.
   а) в 1 случае; б) во 2 случае; в) в 3 случае; г) одинаковая
5. На сколько процентов изменилась цена, если она была 100р, а стала 250р?
   а)120; б) 40; в) 50; г) 150
6. Фирма платит рекламным агентам 5% стоимости заказа. На какую сумму надо найти заказ, чтобы заработать 1000р?
   а) 2000; б) 10000; в) 20000; г) 5000
7. Владелец дискотеки имел стабильный доход. В погоне за прибылью он увеличил цену на билеты на 25%. Количество посетителей резко уменьшилось, и он стал нести убытки. Тогда он вернулся к первоначальной цене билетов. На сколько процентов владелец дискотеки снизил новую цену билетов, чтобы она стала первоначальной?
   а) 200; б) 100; в) 25; г) 20

8. после уплаты налогов, которые в сумме составляют 30% от дохода, предприниматель оставил себе на законном основании 35000р. какова была величина чистого дохода предпринимателя?
   а) 5000; б) 50000; в) 500000; г) 130000
9. В Волгограде месячный проездной билет на трамвай- троллейбус для студентов стоил 200р. сколько процентов от стипендии составляет цена проездного билета, если стипендия – 600р?
   а) 33; б)33 1/3; в) 50; г) 30

Ответы к тесту

1

2
3
4
5
6
7
8
9
а
а
в
а
г
в
г
б
б

ЧАСТЬ II

10. Сравните числа а и в, если 3 % числа *а* равны 27, а 5 % числа в равны 45. (Ответ: а = в = 900.)
11. В одном магазине на товар установили цену 200 р., а в другом аналогичный товар стоит 180 р.
    а) На сколько процентов в первом магазине цена на товар выше, чем во втором?
    б) На сколько процентов во втором магазине цена ниже, чем в первом? (Ответ:а) в 11,1 %; б) на 10 %.)
12. Первоначально цена на аналогичный товар в двух магазинах была одинакова. В первом магазине цену сначала снизили на 20 %, а потом еще на 20 %, а во втором магазине ее сразу снизили на 40 %. Одинаковы ли стали цены в магазинах? (О т в е т: в первом магазине цена стала выше, чем во втором.)
13. В прошлом году Антон для оплаты своего обучения воспользовался кредитом Сбербанка, взяв сумму 40 000 р. с обязательством возвратить кредит (с учетом 20 % годовых) через 3 года. В этом году снижены процентные ставки для кредита на оплату обучения в образовательных учреждениях с 20 % до 19 % годовых. Поэтому у Бориса, последовавшего примеру брата, долг окажется меньше. На сколько? (Ответ: на 1700 р.)
14. Клиент имел в банке счет, по которому начислялось 6 % годовых. После того как банк предложил новые виды вкладов, он снял с этого счета все деньги и 2000 р. положил на

вклад, по которому начислялось 8 % годовых, а остальные - на вклад с 9 % годовых. В результате его годовой доход оказался на 130 р. больше, чем по прежнему вкладу. Сколько всего денег он внес на новые вклады? (Ответ: 5000р.)

15. Имеются две смеси апельсинового и ананасового соков. Первая смесь содержит 40 % апельсинового сока, а вторая - 80 %. Сливаются *p* л первой смеси идл второй, в результате получается 20 л смеси, содержащей 70 % апельсинового сока. Определите *p* и *q*. (Ответ:*p* = 5 л, q=5 л.)
16. Сколько граммов воды надо добавить к 50 г раствора, содержащего 8 % соли, чтобы получить 5 % раствор? (О т в е т: 30 г.)
17. Найти процентное содержание олова в сплаве, полученном из двух кусков массой /wi и m_2, если известно, что первый содержит p_x %, а второй -$p2$% олова.
    Ответ: $p = \frac{m_1 p_1 + m_2 p_2}{m_1 + m_2}$
18. Даны два сплава. Первый весит 4 кг и содержит 70 % серебра. Второй весит 3 кг и содержит 90 % серебра. Сколько кг второго сплава надо сплавить с первым сплавом, чтобы получить г%-й сплав серебра. При каких *г* задача имеет решение? (Ответ: 70<г< 78-. 7)
19. Имеется два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Масса первого слитка 2 кг, масса второго - 3 кг. Эти два слитка сплавили вместе с 5 кг сплава цинка с медью, в котором цинка было 45 %, и получили сплав цинка с медью, в котором цинка стало 50 %. Если бы процентное содержание цинка в первом слитке было бы равно процентному содержанию цинка во втором, а процентное содержание цинка во втором такое же, как в первом, то, сплавив эти два слитка с 5 кг сплава, в котором содержится 60 % цинка, мы бы получили сплав, в котором цинка содержится 55 %. Найдите процентное содержание цинка в первом и во втором сплавах. (Ответ: 40%, 60%.)
20. Свежие грибы содержали по массе 90 % воды, а сухие 12 %. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих? (О т в е т: 2,5 кг.)
21. В референдуме приняли участие 60 % всех жителей одного из районов города N, имеющих право голоса. Сколько человек приняли участие в референдуме, если в районе около 180 000 жителей, а право голоса имеют 81 %. (Ответ: 87 480 человек.)
22. На конкурсе присутствовало 90 % членов жюри. Из них 12 человек отдали свои голоса за присуждение первого места. Сколько всего человек в жюри, если за этого конкурсанта проголосовало 66 % членов жюри? (О т в е т: 20 человек.)
23. Из 440 тонн необогащенной руды было получено 50 тонн обогащенной руды, содержащей 12 процентов шлака. Обогащение руды заключается в удалении части шлака. Сколько процентов шлака содержится в необогащенной руде? (Ответ: 90)
24. 2 кристалла соли различной массы поместили в насыщенный солевой раствор. За 2 дня прирост массы первого кристалла составил 5 процентов, а второго – 3 процента от первоначальной массы. Общий прирост массы обоих кристаллов за это же время составил 1/30 от их совместной массы. Найдите отношение первоначальной массы второго кристалла к массе первого кристалла. (Ответ: 5)
25. На овощной базе хранился крыжовник. За время хранения содержание воды в нем уменьшилось на 78 процентов, а масса крыжовника уменьшилась с 440 кг до 50 кг. Найдите процентное содержание воды в крыжовнике до усушки. (Ответ: 90)

26. Имеется руда двух сортов с содержанием меди 6 процентов и 11 процентов. Сколько тонн «бедной» руды надо смешать с «богатой» рудой, чтобы получить 20 тонн руды с содержанием меди 8 процентов. (Ответ: 12)
27. Сплав меди и цинка весом 24 кг при погружении в воду теряет в своем весе 4 кг. Найти количество меди в сплаве, если известно, что медь теряет в воде 18 2/11 процента своего веса, а цинк теряет в воде 15 5/13 процента своего веса. (Ответ: 11)
28. Двое рабочих, работая вместе, изготавливают за смену 72 детали. После повышения производительности труда первым рабочим на 30 процентов и вторым рабочим на 20 процентов, они стали изготавливать за смену вместе 91 деталь. Сколько деталей за смену изготавливал первый рабочий до повышения производительности? (Ответ: 46)
29. От продажи автомобиля и гаража была получена прибыль 61 процент. От продажи автомобиля получили прибыль 57 процентов. А от продажи гаража – 82 процента. Какую часть в процентах от общей стоимости автомобиля и гаража составляла стоимость гаража? (Ответ: 16)

Приложение 3.

Методы математического анализа

Тема 1. Использование ограниченности и монотонности функций в экономических задачах. Кривые спроса и предложения(4 ч.)

Главная цель любой фирмы, действующей на рынке,- максимизация своей прибыли. Прибыль П определяется как разность между общей выручкой R(доходом) , полученной от реализации Q единиц продукции, и общими издержками C, связанными с затратами на ее производство и реализацию. Поскольку выручка и издержки зависят от объема выпускаемой продукции, т.е. являются функциями от количества товара Q, то и прибыль, в свою очередь, является функцией от Q. В результате имеем следующее выражение для функции прибыли: П(Q)=R(Q)-C(Q).

Так как совокупная выручка конкурентной фирмы - это денежная сумма, полученная от продажи Q единиц товара по цене P_1 за единицу товара, то можно записать, что $R(Q)=P_1Q$. Следовательно, $П(Q\ )=P_1Q-C(Q)$.

Перед фирмой возникает задача определения такого количества товара Q , от реализации которого она получит максимальную прибыль. Эта задача является стандартной задачей математического анализа на нахождение значения аргумента, при котором функция принимает наибольшее значение на некотором промежутке.

1. М.И. выращивает помидоры на собственном приусадебном участке. Весь собранный урожай она реализует на конкурентном городском рынке. Известно, что рыночная цена на помидоры установилась 40 р. за 1кг. При этом существуют определенные затраты, связанные с покупкой удобрений, материала для парников и др. В итоге зависимость общих издержек выращивания помидоров (С) от количества (в кг) выращенных помидоров (Q) задается следующей функцией: $C(Q)=1/2Q^2+4$.

Подскажите М.И. , сколько килограммов помидоров ей нужно собрать со своего участка за сезон, чтобы получить максимальную прибыль? Чему равна величина этой прибыли?

Решение.

1 этап (формализация).
Запишем выражение для функции прибыли: $П(Q)= R(Q)-C(Q) =P_1Q-C(Q) =40Q-(1/2Q^2+4)=-1/2Q^2+40Q-4$.
Так как $Q>0$, то задача сводится к исследованию квадратичной функции $П(Q)= -1/2Q^2+40Q-4$ на наибольшее значение на промежутке $[0; \infty)$

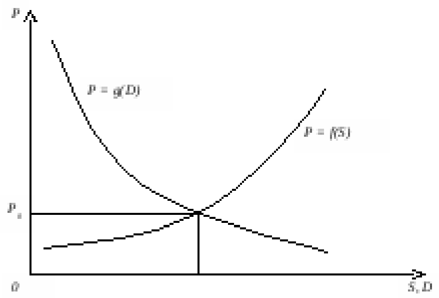
2 этап (математизация)
Поскольку графиком квадратичной функции $П(Q)=-1/2Q^2+40Q-4$ является парабола, ветви которой направлены вниз, с вершиной в точке (40;796), то наибольшее значение П(Q) на $[0; \infty)$ равно 796 и достигается при Q=40.
3 этап (интерпретация).
М.И. получит максимальную прибыль, если соберет со своего участка 40 кг помидоров. При этом величина прибыли составит 796 р.

2. Мы рассматривали задачу максимизации прибыли в предположении, что рынок товара, производством которого занимается фирма, является конкурентным. В этом случае прибыль является функцией от количества выпускаемой продукции, т.е. П=П(Q). При этом для простоты мы абстрагировались от других условий, определяющих особенности поведения фирмы.
Усложним задачу и рассмотрим фирму, функционирование которой определяется двумя условиями:
1) фирма реализует продукцию на конкурентном рынке товара;
2) фирма нанимает работников на конкурентном рынке труда.
Главным следствием первого условия является отсутствие возможности у фирмы влиять на рыночную цену продукции. Из второго условия следует, что фирма не может влиять на зарплату работников (цену труда) и вынуждена принимать тот уровень зарплаты, который сложился на рынке.
Количество выпускаемой фирмой продукции будет определяться количеством работников L ,т.е. Q=Q(L) .
Допустим, что все затраты фирмы определяются только расходами на оплату труда работников. Будем считать, что все остальные ресурсы не влияют на затраты фирмы.
Еженедельный выпуск продукции фирмы Q(шт.) зависит от количества нанятых рабочих L(чел.) следующим образом: $Q(L)=-3L^2+606L$. Недельная ставка заработной платы каждого нанятого рабочего равна \$120. Производимый товар фирма реализует на конкурентном рынке по цене \$20 за единицу товара. Если фирма нанимает работников на конкурентном рынке труда, то сколько рабочих вы посоветуете нанять владельцу фирмы, чтобы получить максимальную прибыль? Какое количество продукции в неделю произведут эти работники?

Решение.
1 этап. Поскольку в данной задаче все издержки фирмы определяются только затратами на оплату труда работников, то общие издержки фирмы будут определяться как произведение ставки зарплаты каждого работника на количество работников, т.е. C(L)=120L.
Прибыль $П(L)= P_1Q(L)-C(L)=20(-3L^2+606L)-120L= -60L^2+12000L$.

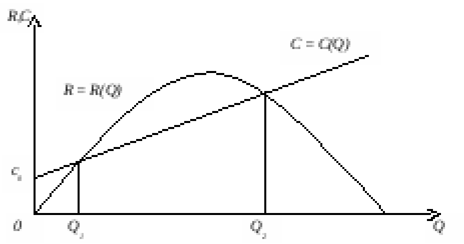
2 этап. Наибольшее значение функции П(L) достигается при L=100, П(100)=600000.
3 этап. Для того чтобы получить максимальную прибыль, владельцу фирмы необходимо нанять 100 работников, которые произведут 600000 единиц продукции в неделю.

4. Спрос D- сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и объемом его покупки. Естественно, что сростом цены объем продаж данного товара будет уменьшаться. Графически спрос на отдельный товар изображается в виде кривой с отрицательным наклоном (кривая спроса).
Предложение S товара - сложившаяся на время зависимость между ценой товара и количеством товара, предлагаемого к продаже. Очевидно, что предложение зависит от цены товара: при повышении цены у производителя появляется дополнительный стимул выпускать данный товар, что приводит к росту предложения. В свою очередь верно и обратное: цена P единицы товара зависит от предложения ,т.е. P=f(S). Предложение отдельного товара изображается графически в виде кривой с положительным наклоном.
Вид кривых спроса и предложения представлен на рис. Точка пересечения кривых соответствует равновесной цене P_0, при которой спрос на товар равен предложению. При цене $P> P_0$ предложение превышает спрос, что в свою очередь приведет к снижению цены, инаоборот, при $P <P_0$ предложение окажется ниже спроса, что незамедлительно повлечет повышение цены вследствие создавшегося дефицита продукции. Таким образом, в рыночных условиях цена на товар будет колебаться около точки P_0.
В простейшем случае можно предположить, что зависимости P= f(S) и P= f(D) носят линейный характер. Тогда P= -aD+ b и P= cS+d, где a, в, c, d - некоторые положительные числовые коэффициенты.
Значение равновесной цены P_0 определяется из условия S=D.



Находим значение равновесной цены $P_0=\dfrac{ad+bc}{a+c}$.

5. В качестве другого примера применения элементарных функций в экономике рассмотрим функцию прибыли. Прибыль П определим как разницу между доходами от реализации товара R и затратами на производство этого товара C,т.е. П= R -C. Будем считать, что произведенный товар реализуется без остатка. Доход составит R =PQ, где Q - количество товара, P- цена. Предположим , что P зависит от Q линейным образом: $P=a_0-a_1Q$, где $a_0>0$, $a_1>0$.
Тогда доходы $R=P(Q)Q=a_0Q-a_1Q^2$.



Затраты: $C=c_0+c_1Q$, где c_0- постоянная составляющая затрат, не зависящая от количества произведенной продукции (плата за аренду помещения, коммунальные услуги, затраты на содержание аппарата управления и т.д.), c_1- единичные переменные затраты на производство единицы продукции (сырье, энергоресурсы, сдельная оплата труда и т.д.)
Кривые доходов и затрат пересекаются в точках Q_1 и Q_2 ,для которых R =C, т.е. прибыль П=R-C=0. Величина П больше нуля в интервале (Q_1,Q_2). Значит прибыль будет получена , если $Q_1<Q<Q_2$. При $Q<Q_1$ производство будет убыточным, так как прибыль, полученная от реализации относительно небольшого количества товара, не сможет перекрыть постоянную составляющую затрат. Производство окажется убыточным и при $Q>Q_2$, так как, вследствие перепроизводства товара цены на него упадут.
Прибыль будет наибольшая, если расстояние между соответствующими точками линии дохода и линии затрат наибольшее, т.е. задача сводится к нахождению наибольшего расстояния между графиками функций.

2.Эластичность спроса и предложения. Применение производной (2 ч.).

Экономический смысл производной рассмотрим на примере производственной функции. Производственной называют функцию, устанавливающую зависимость объема выпускаемой продукции от величины затрат. Производственная характеризует эффективность определенного фактора.
Спрос зависит от цены единицы товара P. При изменении цены товара будет меняться и спрос. Для одних товаров даже несущественное изменение цены может значительно изменить объем продаж (эластичный спрос), для других же товаров изменение цены не существенно влияет на объем продаж (неэластичный спрос). Эластичность спроса E_D показывает на сколько изменится спрос (объем продаж) при изменении цены на 1%.
E_D=-(Процентное изменение спроса): (процентное изменение цены)
$E_D=\frac{P\Delta D}{D\Delta P}$, $\lim \frac{\Delta D}{\Delta P}=\frac{dD}{dP}=D`_P$ $E_D=-\frac{P}{D}D`_P$
Если кривая спроса задана выражением P=g(D) то для вычисления можно воспользоваться соотношениями: $D`_P=1/P`_D$. Аналогично, эластичность предложения $S`_P=1/P`_S$.
Использование производной для решения задач по экономической теории.
Задача 1.
Цементный завод производит X т. цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 т. цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск цемента не может превышать 90 т. в день. Определить, при каком объеме производства удельные затраты будут наибольшими (наименьшими), если функция затрат имеет вид: $K=-x^3+98x^2+200x$.

Удельные затраты составят $\frac{K}{x} = -x^2 + 98x + 200$. Наша задача сводится к отысканию наибольшего и наименьшего значения функции $Y = -x^2 + 98x + 200$ на промежутке [20;90].

Вывод: x=49, критическая точка функции. Вычисляем значение функции на концах промежутках и в критической точке: f(20)=1760, f(49)=2601, f(90)=320. Таким образом, при выпуске 49 тонн цемента в день удельные издержки максимальны, это экономически не выгодно, а при выпуске 90 тонн в день минимально, следовательно, можно посоветовать работать заводу на предельной мощности и находить возможности усовершенствовать технологию, так как дальше будет действовать закон убывающей доходности. И без реконструкции нельзя будет увеличить выпуск продукции.

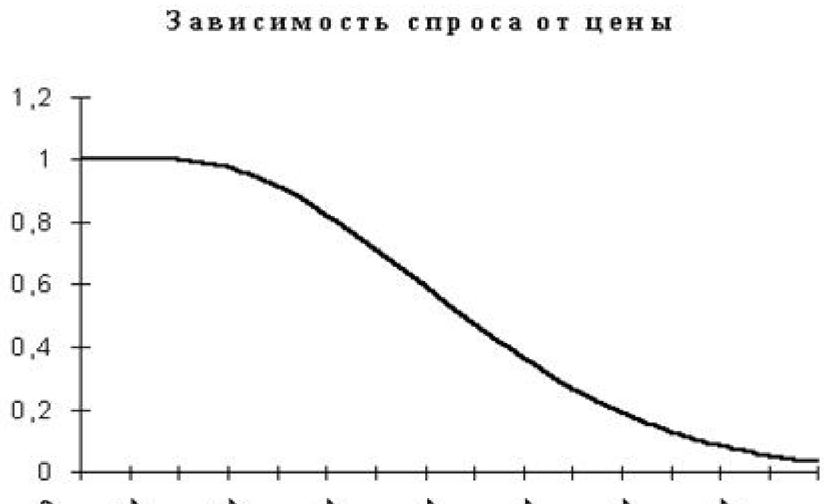
Задача 2.

Предприятие производит X единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накопления предприятия от объема выпуска выражается формулой f(x)=-0,02x^3+600x -1000. Исследовать потенциал предприятия. Функция исследуется с помощью производной. Получаем, что при X=100 функция достигает максимума. *Вывод*: финансовые накопления предприятия растут с увеличением объема производства до 100 единиц, при x =100 они достигают максимума и объем накопления равен 39000 денежных единиц. Дальнейший рост производства приводит к сокращению финансовых накоплений.

Задача 3.

Спрос-это зависимость между ценой единицы товара и количеством товара, которое потребители готовы купить при каждой возможной цене, за определенный период времени и при прочих равных условиях. Зависимость спроса от цены описывается функцией $d(p) = e^{-2p^2}, (p \geq 0)$,

Данная функция исследуется с помощью производной: $d'(p) = -4pe^{-2p^2}$ Производная меньше нуля, если P>=0. Определим точку перегиба функции. Такой точкой является точка (0,5;0,6), т.е. при P<1/2 спрос убывает медленнее, а при P>1/2 спрос убывает все быстрее.



Задачи для самостоятельной работы.

1). Зависимость цены P от количества произведенного товара Q определяется соотношением $P=900-100Q$. Затраты на производство единиц товара составляют $C=100Q+1200$. При каких объемах производства реализация всего произведенного товара без остатка будет давать прибыль?
Решение. Найдем точки $Q1$и Q_2 , в которых затраты на производство товара равны получаемым доходам. В этих точках должно выполняться условие $C= R$.
Доходы $R = PQ=900Q-100Q^{2}$, $100Q+1200=900Q-100Q^2$, $Q_1=6$, $Q_2=2$.
Производство товара будет давать прибыль при условии $2<Q<6$.

2). Кривые спроса и предложения имеют вид $P= -0{,}1D^2+5$ и $P= -0{,}1S^2+0{,}2$ соответственно. Определите величину равновесной цены единицы товара.

3).Кривая спроса задана выражением $P=1000-0{,}6\sqrt{D}$. Определите, при каких значениях P спрос будет эластичным, а при каких – нет.

4). Кривая предложения задана выражением $P=100+0{,}7\ \sqrt{S}$ Определите, при каких значениях P предложение будет эластичным, а при каких –нет.
5). Определите, как изменится доход при увеличении объема выпуска продукции на единицу, если зависимость цены P от объема выпуска продукции Q определяется выражением $P= f(Q)=1000-0{,}01Q^2$. Рассмотреть случаи, когда объем выпускаемой продукции составляет: а) 100 ед.; в) 300 ед.

Задачи на оптимизацию

1. Необходимо изготовить стеклянный аквариум без верхней крышки объемом 108 м^3, который имеет форму прямоугольного параллелепипеда. При этом высота аквариума должна быть в два раза меньше его длины. Определите общую длину каркаса аквариума, при которой на изготовление аквариума будет затрачено наименьшее количество квадратных метров стекла.
2. Для откорма птицы на птицефабрике используется комбикорм двух видов: А и В. Один цикл производства птицефабрики требует 50 тонн комбикорма, при этом, для обеспечения необходимого набора микроэлементов в рационе птицы, комбикорма типа А должно быть использовано не менее 42 тонн, а комбикорма типа В – не менее 5 тонн. Определите минимально возможную стоимость комбикорма (в руб.), требуемого для одного цикла производства, если закупка x тонн комбикорма типа А обходится птицеферме в $2x(1-0{,}01x)$ тыс.р., а закупка x тонн комбикорма типа В $-4x(1-0{,}01x^2)$ тыс.р.
3. Ювелирному мастеру поступил на обработку алмаз, имеющий дефект. Мастер имеет возможность устранить дефект, разделив алмаз на три части, суммарный вес которых, после их огранки, составит 50 карат. При этом вес меньшего из полученных бриллиантов будет не меньше 5 карат, а вес большего из них, не более 30 карат (возможность равенства по весу не исключается). Известно, что стоимость бриллиантов пропорциональна квадрату его веса. Какой вес должен придать мастер каждому из бриллиантов, чтобы их суммарная стоимость была максимальной?

4. Определите, какие размеры должен иметь бассейн, чтобы на облицовку его стен и дна, пошло наименьшее количество материала, если задано, что объем бассейна должен быть 108 м^3, глубина его должна лежать в диапазоне от 2 м до 3 м , а дно должно быть квадратным.
5. Завод А расположен от города В на расстоянии в 10 км. Через город В по намеченной прямой проходит железная дорога, кратчайшее расстояние от завода А до которой

составляет 50 км. Под каким углом к этой железной дороге нужно провести шоссе с завода А, чтобы доставка грузов из А в В была наиболее дешевой, если стоимость 1 тонно-километра при перевозке по шоссе в 3 раза дороже чем по железной дороге?
6.Стороны прямоугольника равны 5 и10. Через каждую точку на его меньшей стороне провели прямую, отсекающую прямоугольный треугольник с периметром 12. Найдите наименьшее значение площади оставшейся части прямоугольника.
7.Фермер должен засеять 260 га подсолнечником и кукурузой. Доход от каждой культуры в хозяйстве фермера является квадратичной функцией с аргументом, равным количеству засеянных гектаров. Каждая из квадратичных функций равна 0 при аргументе, равном 0. Максимальный доход от подсолнечника равен 900000 руб., если засеять 150 га. Максимальный доход от кукурузы равен 800000 р., если засеять 200 га. Найдите, сколько гектаров подсолнечника и сколько гектаров кукурузы должен засеять фермер для получения максимального дохода.
8.Найти наименьшую площадь полной поверхности консервной банки цилиндрической формы объемом 432 $см^2$.
9.Определите суммарную длину всех ребер прямоугольного параллелепипеда, полная поверхность которого равна 600 $см^2$, если одна из его граней является квадратом.
10.Бассейн объемом 2250 $м^3$ имеет изменяющуюся по прямой линии глубину от 1,5 м до 3,5 м. Какое наименьшее количество $м^2$ облицовочной плитки нужно закупить для облицовки внутренних боковых стенок бассейна, если 20% закупленной плитки едет в бой и не используется?
11.Некоторой стране необходимо за год произвести утилизацию 10 тыс. тонн токсических отходов химического производства. Для этих целей имеется три завода, мощности которых позволяют утилизировать до 2 тыс. тонн, 4 тыс.т, и 6 тыс.т отходов в год на первом, втором, и третьем заводе, соответственно. При утилизации х тыс.тонн отходов в год на первом заводе, токсичные выбросы завода в окружающую среду составляют $кх^3$ тонн, а при утилизации этого же количества отходов на втором и третьем заводах, их выбросы составляют $5кх^2$ и 10кх тонн соответственно, где к – некоторый постоянный коэффициент. Определите, на каком заводе сколько тонн отходов нужно утилизировать, чтобы общее количество токсичных выбросов в окружающую среду было минимальным.